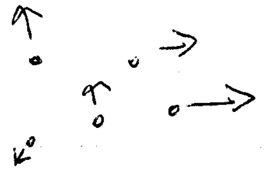
S 743 – 754
757 – 758 ↑
diffusion.

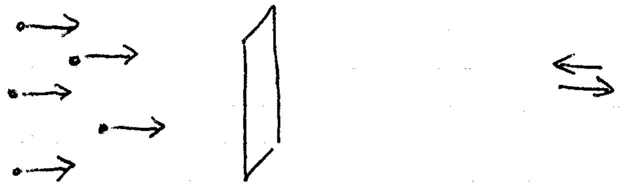
Kinetisk gasteori.

gas molekyler



Hvis diameteren af molekylerne er 'meget lille' og molekylerne er 'hårde kugler'

Tryk:



Man kan udlede

$$p = \frac{1}{3} \frac{M \langle v^2 \rangle}{V_{ol}} \qquad (1 \text{ mol})$$

$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$ er <u>middelværdien af den kinetiske energi</u> af det enkelte molekyle (med masse $m = \frac{M}{N_A}$).

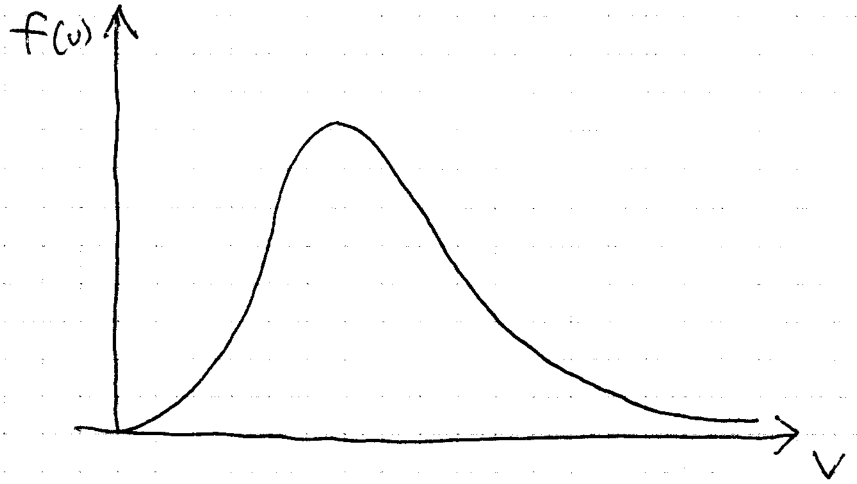
Det følger at $c = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ er givet ved

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}}$$

root mean square speed

Eks: N_2, 25°C, $M = 28 \times 10^{-3}$ kg/mol

$c \sim 5{,}15 \times 10^{2}$ m ca F16 på fuld knald.

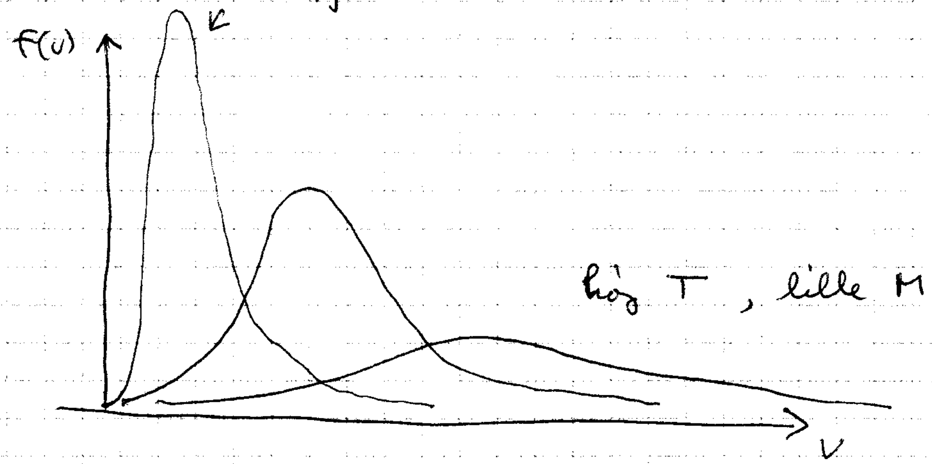


$$f(v) = \text{konst} \cdot v^2 e^{-\frac{1}{2}Mv^2/RT} \qquad \left(e^{-\frac{\text{kin energi}}{RT}}\right)$$

konst findes til $4\pi\left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2}$

Det er exp( ) der er det vigtige:

lav T eller høj molmasse M ←



Før $\langle v^2\rangle^{\frac{1}{2}}$. Hvad er $\langle v\rangle$?

$$\langle v\rangle = \int_0^\infty v f(v)\,dv$$

Det bliver et integral af formen $\int v^3 e^{-av^2}\,dv$

Med $x = v^2$ får vi

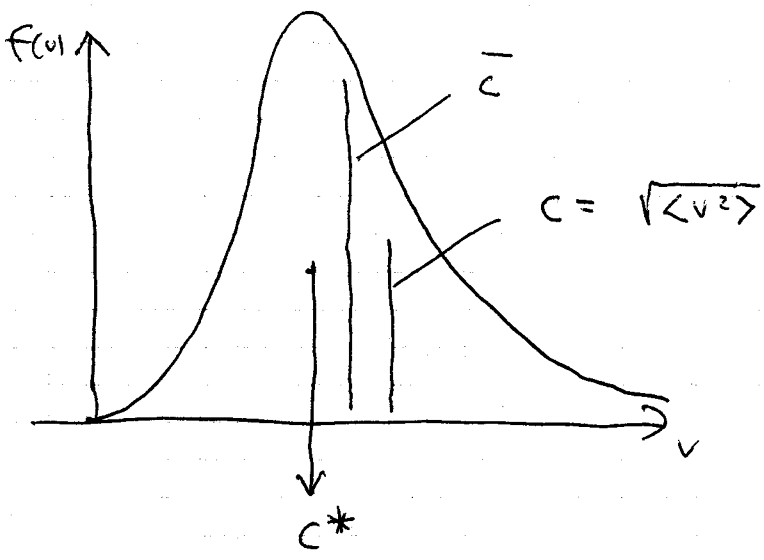
$\int v^3 e^{-av^2}\,dv = \frac{1}{2}\int x e^{-ax}\,dx$ der kan findes ved

delt integration. Man finder

$$\langle v\rangle \equiv \boxed{\bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}$$ $\sim 475\ \frac{m}{s}$ for N_2

Mest sandsynlige v (toppunktets v) kan findes til

$$c^* = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$



Man kan også finde den <u>relative middelhastighed</u> $\bar{c}_{rel}$ (to molekylers indbyrdes hastighed, i middel).

$$\bar{c}_{rel} = \sqrt{2} \cdot \bar{c} = 4 \cdot \sqrt{\frac{RT}{\pi M}}$$

Antal kollisioner z pr sekund for et enkelt molekyle kan findes til

$$\boxed{z = \frac{\sigma \cdot \bar{c}_{rel} \cdot p \cdot N_A}{RT}}$$

hvor σ er kollisions cross-section $\approx \pi d^2$ (tabel) for molekylet ($\sim 0{,}5\ nm^2$), N_A er Avogadros tal (Sml: Bindingslængde ≈ 2 Ångstrom $= 2 \cdot 10^{-10}$ m

$\sigma = \pi d^2 \approx 3 \times 4 \cdot 10^{-20} = 0{,}12 \cdot 10^{-18}\ m^2 = 0{,}12\ nm^2$)

Man kan bestemme $\sigma(N_2) = 0{,}43\ nm^2$ og dermed

$$z = \frac{0{,}43 \cdot (10^{-9})^2 \cdot 671 \cdot 10^5 \cdot 6{,}23 \cdot 10^{23}}{8{,}31 \cdot 298} \sim 7 \cdot 10^9\ s^{-1}$$

eller 7 milliarder kollisioner pr sek (pr molekyle) (!)

Mean free path $\lambda \equiv$ middel frie vejlængde
(før en kollision indtræffer).

$$\boxed{\lambda = \frac{\bar{c}}{z}} = \frac{\cancel{\bar{c}}\ RT}{\sigma\sqrt{2}\ \cancel{\bar{c}}\ p\ N_A}$$ dvs

$$\boxed{\lambda = \frac{RT}{N_A\ \sigma\ \sqrt{2}\ p}}$$

For N_2 beregner vi

$$\lambda = \frac{8{,}31 \cdot 298}{6{,}22\cdot 10^{23} \cdot 0{,}43\cdot 10^{-18} \cdot 1{,}414 \cdot 10^{5}} \sim 66\cdot 10^{-9}\ m$$

eller 66 nm

Summa summarum:

En alm. gas ved 1 bar, 25°C består af molekyler med jetjagerfart, hvert molekyle støder sammen med de andre $> 10^9$ pr sekund, og hvert molekyle bevæger sig ca 500 molekyldiametre før ny kollision.

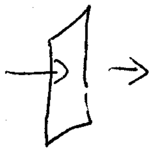
Kollisioner med vægge:

$$\boxed{z_w = \frac{p \cdot N_a}{\sqrt{2\pi M R T}}} = \left(\frac{p}{\sqrt{2\pi \underbrace{\frac{M}{N_A}}_{m} \underbrace{\frac{R}{N_A}}_{k_B} T}}\right)$$

antal kollisioner pr m^2 pr sekund.

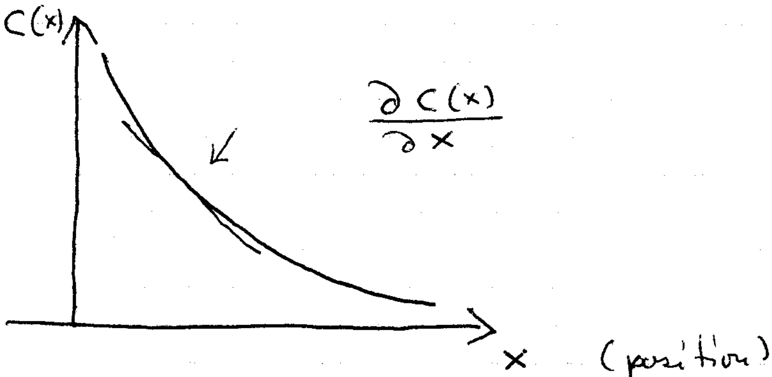
Diffusion:

Flux J:



antal mol pr sekund pr m^2

Fick's 1. lov:



$$\boxed{J = -D \frac{\partial c}{\partial x}}$$

D er diffusionskonstanten ($\frac{m^2}{s}$).

Koncentrationen $c(x,t)$ adlyder

Ficks 2. lov

$$\boxed{\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}}$$